BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 1

Prof: Alexandru Elena-Marcela

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$(1-i)^{16}=[(1-i)^2]^8=(-2i)^8=2^8(i^2)^4$ $(1-i)^{16}=2^8\in\mathbb{R}$.	3p 2p
2.	$y_{\min}=-\frac{\Delta}{4a}$ $\Delta=b^2-4ac$, $\Delta=56$ $y_{\min}=-\frac{56}{8}=-7$.	1p 2p 2p
3.	C.E $x\ge 0$ şi $9-x\ge 0\Rightarrow x\in[0,9]$ $(\sqrt{x}+\sqrt{9-x})^2=3^2\Rightarrow 2\sqrt{x(x-9)}=0$ $\Rightarrow x(9-x)=0\Rightarrow x=0$ sau $x=9$.	1p 2p 2p
4.	Numerele naturale pătrate perfecte din două cifre: 16, 25, 36, 49, 64, 81 $\Rightarrow$ 6 cazuri favorabile Numărul numerelor naturale de două cifre este 90 $\Rightarrow$ 90 cazuri posibile P = $\frac{nr.\,cazuri\ favorabile}{nr.\,cazuri\ posibile}=\frac{6}{90}=\frac{1}{15}$.	2p 3p
5.	$x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3}$, $y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}$ $x_G=0$, $y_G=3\Rightarrow G(0,3)$.	2p 3p
6.	$\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}=\frac{AB}{\sin C}=2R\Rightarrow\frac{4\sqrt{3}}{\sin A}=2\cdot 4$ $\Rightarrow\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow m(\angle A)=60^0$	2p 1p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$AM=\begin{pmatrix}3y & 3x\\ x & 3y\end{pmatrix}$ $MA=\begin{pmatrix}3y & 3x\\ x & 3y\end{pmatrix}$ $AM=MA,\quad \forall A\in C(M)$.	2p 2p 1p
b)	$B\in C(M)$ și $B^2=O_2$ $B\in M_2(\mathbb{R})\Rightarrow B^2-(Tr\,B)B+(\det B)I_2=O_2$, $Tr\,B=2x$, $\det B=x^2-3y^2$ $\Rightarrow 2xB=(x^2-3y^2)I_2$ Dacă $x\neq 0\Rightarrow B=\dfrac{x^2-3y^2}{2x}I_2\Rightarrow y=0$ și $x=1\Rightarrow B=I_2$. Dar $(I_2)^2=I_2\neq O_2$ nu convine. Dacă $x=0\Rightarrow Tr\,B=0\Rightarrow B=\begin{pmatrix}0 & 3x\\ x & 0\end{pmatrix}\Rightarrow B^2=\begin{pmatrix}3x^2 & 0\\ 0 & 3x^2\end{pmatrix}=O_2\Rightarrow x=0\Rightarrow B=O_2$.	3p 2p
c)	$C\in C(M), C\neq O_2$. Presupunem că $\det C=0\Leftrightarrow x^2-3y^2=0$ Dacă $x=0\Rightarrow y=0$ Dacă $x\neq 0\Rightarrow \dfrac{x}{y}=\pm\sqrt{3}\in Q$, *fals. Deci* $\det C\neq 0$.	1p 2p 2p
2. a)	$f(-2)=(-2)^3-(-2)+a\Rightarrow a=-6$ $x^3-x-6=(x-2)(x^2+2x+3)=0\Rightarrow x_1=2$ $\Rightarrow x_2=-1+i\sqrt{2};\ x_3=-1-i\sqrt{2}$.	1p 3p 1p
b)	$f(x_1)=x_1^3-x_1-6=0$ $f(x_2)=x_2^3-x_2-6=0$ $f(x_3)=x_3^3-x_3-6=0$ $x_1^3+x_2^3+x_3^3-(x_1+x_2+x_3)-18=0$ $x_1+x_2+x_3=0\Rightarrow x_1^3+x_2^3+x_3^3=18$.	3p 2p
c)	$f'(x)=3x^2-1\Rightarrow x_1=\dfrac{\sqrt{3}}{3},\ x_2=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Fie x_1,x_2,x_3 rădăcini întregi $\Rightarrow$ $f(x)$ nu admite rădăcini multiple $\Rightarrow x_1\in(-\infty,x_2),\ x_2\in(x_2,x_1),\ x_3\in(x_1,+\infty)$.	2p 2p

	$\Rightarrow x_2=0 \Rightarrow f(0)=0 \Rightarrow a=0 \Rightarrow x^3-x=0$ $x(x^2-1)=0 \Rightarrow x(x-1)(x+1)=0 \Rightarrow x_1=-1, x_2=0, x_3=1.$	1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$e-e^{\frac{1}{x}}>0, x\neq 0$ $\frac{1}{x}<1 \Leftrightarrow \frac{1-x}{x}<0 \Leftrightarrow x<0$ sau $x>1$ $\Rightarrow D=(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$.	2p 2p 1p
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}\ln(e-e^{\frac{1}{x}})=\ln(e-1)$ $\lim\limits_{x\to-\infty}\ln(e-e^{\frac{1}{x}})=\ln(e-1)$ $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\ln(e-1)$ $y=\ln(e-1)$ ecuația asimptotei orizontale.	1p 1p 1p 2p
c)	f derivabilă pe D fiind o compunere de funcții derivabile $f'(x)=\frac{1}{e-e^{\frac{1}{x}}}\cdot e^{\frac{1}{x}}\cdot\frac{1}{x^2}, (\forall) x\in D$ $e-e^{\frac{1}{x}}>0$ pe domeniul D $\Rightarrow f'(x)>0$. $\Rightarrow f$ este strict crescătoare pe D.	1p 1p 1p 2p
2. a)	$I_2=\int_0^1 x^2e^xdx=x^2e^x\Big\|_0^1-2\int_0^1 xe^xdx$ $=e-2xe^x\Big\|_0^1+2\int_0^1 e^xdx=e-2e+2e^x\Big\|_0^1$ $=e-2e+2e-2=e-2$.	2p 2p 1p
b)	$I_{n+1}=\int_0^1 x^{n+1}e^xdx$ $=x^{n+1}e^x\Big\|_0^1-\int_0^1(n+1)x^ne^xdx$ $=e-(n+1)\int_0^1 x^ne^xdx$ $=e-(n+1)I_n$.	1p 1p 1p 2p
c)	Avem $0\le I_n=\int_0^1 x^ne^xdx\le\int_0^1 x^nedx$	2p 1p

	$\int_0^1 x^n e dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} e \Big\|_0^1 = \frac{e}{n+1}$ Deci $0 \le I_n \le \frac{e}{n+1} \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} I_n = 0$, folosind teorema cleștelui.	2p